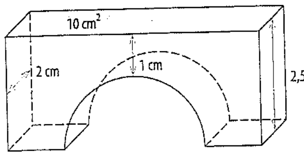
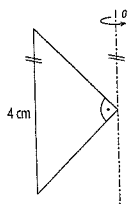
Úloha 18 Na obrázku je zakreslena dřevěná kostka z dětské stavebnice a jsou vyznačeny její rozměry. Kostka byla vyrobena z kvádru, ze kterého byla vyříznuta polovina válce. Plošný obsah horní podstavy dřevěné kostky je 10 cm^2.



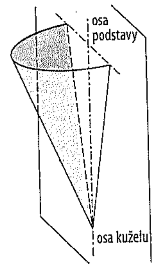
a) Vypočítejte obsah zadní stěny dřevěné kostky **s přesností na celé cm^2**.
b) Vypočítejte objem dřevěné kostky **s přesností na celé cm^3**.
c) Vypočítejte povrch celé dřevěné kostky **s přesností na celé cm^2**.

Úloha 19 Těleso vzniklo rotací rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku s délkou přepony 4 cm kolem osy jdoucí hlavním vrcholem trojúhelníku a rovnoběžné s jeho základnou.

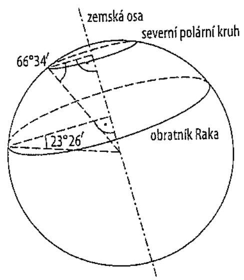


a) Určete objem tělesa v **cm^3**. Výsledek **zaokrouhlete na jedno desetinné místo.**
b) Určete povrch tělesa. Výsledek **zaokrouhlete na celé cm^2**.

Úloha 20 Kovové stínítko nástěnného svítidla tvoří polovina pláště kuželu (viz obrázek). Obvod celého stínítka činí 800 mm, přičemž délka rovných částí je k délce oblé části v poměru 3 : 2. Vypočítejte plochu kovu, který je k výrobě stínítka zapotřebí. Výsledek **uveďte v cm^2**.



Úloha 21 Mírný podnebný pás se na severní polokouli nachází mezi severním polárním kruhem (66°34′ severní šířky) a obratníkem Raka (23°26′ severní šířky). Kolik procent povrchu Země, uvažujeme-li Zemi jako kouli, tvoří mírný podnebný pás?

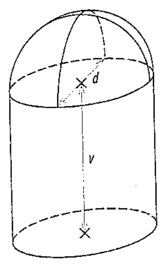


A) 13 %
B) 17 %
C) 26 %
D) 34 %
E) Ze zadaných údajů nelze určit.

Úloha 22 Vnitřní část mísy má tvar polokoule s objemem 6,4 l. Mísa je zakrytá kruhovou poklicí. Jaký poloměr má nejmenší poklice, která vnitřní část mísy zakryje? Výsledek **zaokrouhlete na celé cm.**

A) 10 cm B) 15 cm C) 29 cm D) 30 cm E) jiná hodnota

Úloha 23 Rotunda je tvořena lodí, která má tvar válce, nad níž se klene strop ve tvaru polokoule se stejným průměrem, jako má válec. Objem vzduchu v prázdné rotundě je 120 000 hl. Průměr lodě rotundy je roven $\frac{3}{5}$ výšky válce. Vypočítejte, jaký je plošný obsah půlkulového stropu, který je celý pokryt freskami. Výsledek uveďte **v celých m^2**.



8. Analytická geometrie

Klíč na s. 102–103

Níže uvedený seznam obsahuje požadavky na konkrétní vědomosti a dovednosti z tematického okruhu Analytická geometrie, které mohou být ověřovány v rámci společné části maturitní zkoušky z matematiky.

Žák dovede:

8.1 Souřadnice bodu a vektoru na přímce
- určit vzdálenost dvou bodů a souřadnice středu úsečky;
- užít pojmy vektor a jeho umístění, souřadnice vektoru a velikost vektoru;
- provádět operace s vektory (součet vektorů, násobek vektoru reálným číslem).

8.2 Souřadnice bodu a vektoru v rovině
- užít souřadnice bodu v kartézské soustavě souřadnic;
- určit vzdálenost dvou bodů a souřadnice středu úsečky;
- užít pojmy vektor a jeho umístění, souřadnice vektoru a velikost vektoru;
- provádět operace s vektory (součet vektorů, násobek vektoru reálným číslem, skalární součin vektorů) a užít jejich grafickou interpretaci;
- určit velikost úhlu dvou vektorů, užít vlastnosti kolmých a kolineárních vektorů.

8.3 Přímka v rovině
- užít parametrické vyjádření přímky, obecnou rovnici přímky a směrnicový tvar rovnice přímky v rovině;
- určit polohové a metrické vztahy bodů a přímek v rovině a aplikovat je v úlohách.

(Zdroj: http://www.msmt.cz/vzdelavani/stredni-vzdelavani/katalogy-pozadavku-zkousek-spolecne-casti-maturitni-zkousky-1; upraveno)

Více informací potřebných k řešení úloh v rámci tematického celku Analytická geometrie najdete v těchto publikacích nakladatelství Didaktis:
- Odmaturuj z matematiky 1 (kapitoly 32–33)
- Odmaturuj z matematiky 3 (kapitoly 32–33)
- Matematika pro střední školy – 7. díl A: Analytická geometrie v rovině

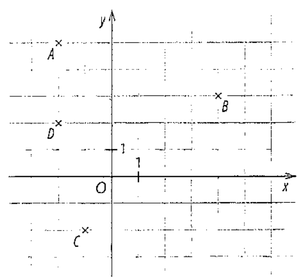
Úloha 01 Na číselné ose je bod S středem úsečky AB; $A[-32]$, $S[-9]$. Bod Z je středem úsečky CD; $D[17]$, $Z[6]$. Určete vzdálenost bodů B a C.

Úloha 02 Na číselné ose jsou umístěny vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ a vyznačeny body A a B. Počáteční a koncové body umístění obou vektorů a oba zadané body mají celočíselné souřadnice.

a) Znázorněte na číselné ose umístění vektoru $\vec{a} = -2\vec{u}$ tak, aby počátečním bodem umístění vektoru $\vec{a}$ byl bod A.
b) Znázorněte na číselné ose vektor $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{v}$ tak, aby koncovým bodem umístění vektoru $\vec{b}$ byl bod B.
c) Určete souřadnici vektoru $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.
d) Určete velikost vektoru $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

Úloha 03 Vypočítejte vzdálenost středů úseček KL a MN; $K[3; -5]$, $L[1; 1]$, $M[-4; 0]$, $N[2; -12]$.

Úloha 04 V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou znázorněny body A, B, C, D. Všechny body leží v mřížových bodech.

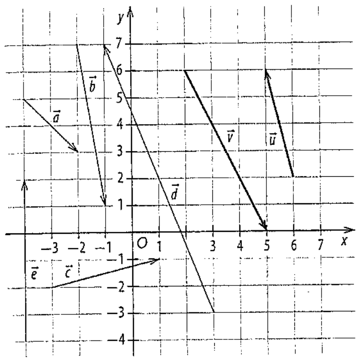


a) Zapište souřadnice vektorů $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ a $\vec{v} = \overrightarrow{CD}$.
b) Vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ umístěte tak, aby jejich počátek byl v bodě O.
c) Určete graficky vektor $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.
d) Vypočítejte velikost vektoru $\vec{w}$ (**výsledek nezaokrouhlujte**).

Úloha 05 V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* jsou znázorněna umístění vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ a $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$. Počáteční a koncové body všech znázorněných umístění jsou v mřížových bodech.
Přiřaďte ke každé operaci s vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ (1.–3.) odpovídající vektor (A)–E)) znázorněný v kartézské soustavě souřadnic *Oxy*.

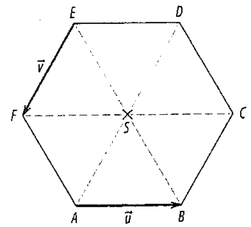
1. $\vec{u} - \vec{v}$
2. $3\vec{u} + \vec{v}$
3. $-2\vec{u} - \frac{1}{3}\vec{v}$

A) $\vec{a}$
B) $\vec{b}$
C) $\vec{c}$
D) $\vec{d}$
E) $\vec{e}$



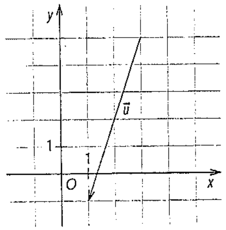
Úloha 06 V pravidelném šestiúhelníku *ABCDEF* se středem *S* označíme $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ a $\vec{v} = \overrightarrow{EF}$. Vyjádřete pomocí vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$ následující vektory.

a) $\vec{a} = \overrightarrow{CS}$
b) $\vec{b} = \overrightarrow{DA}$
c) $\vec{c} = \overrightarrow{DC}$
d) $\vec{d} = \overrightarrow{FD}$
e) $\vec{e} = \overrightarrow{AE}$

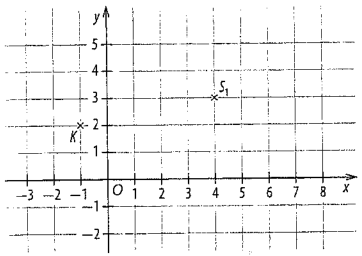


Úloha 07 Počáteční i koncový bod umístění vektoru $\vec{u}$ leží v mřížových bodech kartézské soustavy souřadnic *Oxy*. Vypočítejte neznámou souřadnici vektoru $\vec{v}$ tak, aby vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ byly **vzájemně kolmé**.

a) $\vec{v} = \left(v_1; \frac{4}{3}\right)$
b) $\vec{v} = \left(\sqrt{5}; v_2\right)$



Úloha 08 Body *K* a S_1 leží v mřížových bodech kartézské soustavy *Oxy*. Bod *K* je vrcholem obdélníku *KLMN*, S_1 je střed strany *MN*. Dále je zadán vektor $\vec{s} = \overrightarrow{S_2S_3} = (4; -0{,}5)$, kde S_2 je střed strany *KL* a S_3 střed strany *LM*.
Narýsujte obdélník *KLMN* v kartézské soustavě *Oxy*.

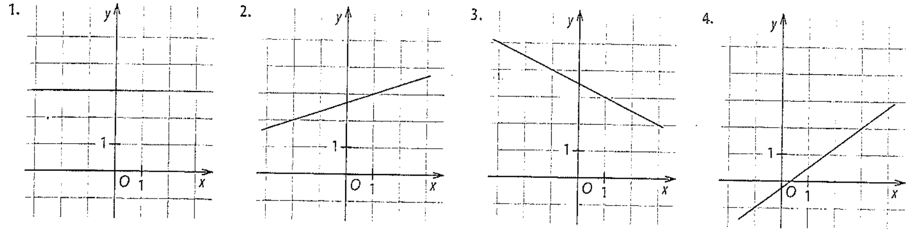


Úloha 09 Body $A[-1; -2]$, $B[7; 2]$, $C[3; 5]$, $D[-1; 3]$ jsou vrcholy lichoběžníku *ABCD*. Vypočítejte **s přesností na celé stupně** velikost **ostrého** úhlu φ, který svírají úhlopříčky *AC* a *DB* lichoběžníku.

Úloha 10 Jsou dány body $A[-1; 3]$, $B[2; 6]$, $K[2; 1]$, $L[-4; 5]$. Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (1.–4.), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

1. Bod *A* leží na přímce *KL*. ANO ☐ NE ☐
2. Přímka *AB* je totožná s přímkou *p*, jejíž parametrické vyjádření je $x = -1 + t, y = 3 + t; t \in \mathbf{R}$. ANO ☐ NE ☐
3. Přímka *KL* je rovnoběžná s přímkou q: $3x - 2y + 1 = 0$. ANO ☐ NE ☐
4. Přímka *AB* je kolmá k přímce *KL*. ANO ☐ NE ☐

Úloha 11 Přiřaďte k přímkám (1.–4.), které jsou znázorněny v kartézské soustavě souřadnic *Oxy*, jejich parametrické vyjádření (A)–F)).



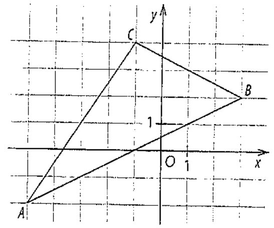
A) $x = 3 + 4t, y = 2 + 3t; t \in \mathbf{R}$
B) $x = 3 + 3t, y = 2 + t; t \in \mathbf{R}$
C) $x = 3 + 2t, y = 2 - t; t \in \mathbf{R}$
D) $x = 1 + 3t, y = 3 + t; t \in \mathbf{R}$
E) $x = 1, y = 3 + 5t; t \in \mathbf{R}$
F) $x = 1 - 6t, y = 3; t \in \mathbf{R}$

Úloha 12 Úsečka *AB* je dána body $A[1; 2]$, $B[-3; 4]$. Která rovnice určuje osu úsečky *AB*?

A) $2x - y = 0$ B) $2x - y + 5 = 0$ C) $2x - y + 10 = 0$ D) $x + 2y - 5 = 0$ E) $x + 2y = 0$

Úloha 13 V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je sestrojen trojúhelník *ABC*. Vrcholy trojúhelníku jsou umístěny v mřížových bodech.

a) Zapište obecnou rovnici přímky *t*, na které leží těžnice t_a.
b) Zapište směrnicový tvar rovnice přímky *p*, na které leží bod *C* a která je rovnoběžná se stranou *AB*.



Úloha 14 Která z trojice přímek *p*, *q*, *r* má společný právě jeden bod?

A) $p: x - 3y + 5 = 0$ $q: 2x - 6y + 10 = 0$ $r: -3x + 9y - 15 = 0$
B) $p: x - 3y + 5 = 0$ $q: x - 3y + 2 = 0$ $r: -3x + 9y - 6 = 0$
C) $p: x - 3y + 5 = 0$ $q: 2x - y - 5 = 0$ $r: 4x - 2y - 3 = 0$
D) $p: x - 3y + 5 = 0$ $q: 2x - y - 5 = 0$ $r: y - 3 = 0$
E) $p: x - 3y + 5 = 0$ $q: 2x - y - 5 = 0$ $r: y + 5 = 0$

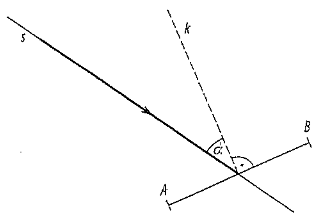
Úloha 15 Body $P[-3; 1]$, $Q[5; -3]$, $R[1; 4]$ jsou vrcholy trojúhelníku *PQR*. Který bod je ortocentrem *V* (průsečíkem výšek) trojúhelníku?

A) $V[-0{,}2; 2{,}6]$ B) $V[0; 2]$ C) $V[0; 3]$ D) $V[0{,}5; 3]$ E) $V[1; 3]$

Úloha 16 Na přímkách p: $y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{2}$ a q: $y = -\frac{1}{2}x + 2$ leží ramena **ostrého** úhlu *AVB*.

a) Vypočítejte souřadnice vrcholu *V*.
b) Vypočítejte **s přesností na stupně** velikost úhlu *AVB*.

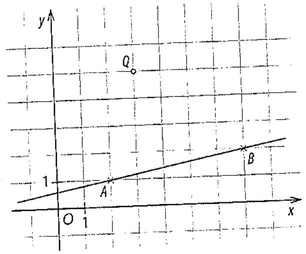
Úloha 17 Světelný paprsek, který je v kartézské soustavě souřadnic znázorněn přímkou s: $2x + 3y - 7 = 0$, dopadá pod úhlem α na rovinné zrcadlo znázorněné úsečkou *AB*; $A[3; -2]$, $B[7; 0]$.
Vypočítejte **s přesností na úhlové minuty** velikost úhlu dopadu α.


ilustrační obrázek

Úloha 18 Je dána přímka $p: 3x - 4y + c = 0$ a bod $A[2; 0]$. Jaká je hodnota parametru $c \in \mathbf{R}$, jestliže vzdálenost bodu A od přímky p je 1,8?

A) $c = -4{,}2$
B) $c = 0{,}8$
C) $c = 3$
D) dvě řešení: $c_1 = -15$; $c_2 = 3$
E) dvě řešení: $c_1 = -7{,}8$; $c_2 = -4{,}2$

Úloha 19 V kartézské soustavě souřadnic Oxy je umístěn bodový elektrický náboj Q a přímý vodič, který je upevněn v bodech A a B. Body Q, A, B jsou umístěny v mřížových bodech. Vypočítejte **s přesností na setiny** vzdálenost náboje od vodiče.



Úloha 20 Krajnice vozovky jsou v kartézské soustavě souřadnic Oxy znázorněny rovnoběžnými přímkami $k_1: x - 2y + 7 = 0$ a $k_2: x - 2y - 8 = 0$. Vypočítejte **s přesností na setiny** šířku vozovky.

9. Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika

Klíč na s. 104–105

Níže uvedený seznam obsahuje požadavky na konkrétní vědomosti a dovednosti z tematického okruhu Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika, které mohou být ověřovány v rámci společné části maturitní zkoušky z matematiky.

Žák dovede:

9.1 Základní poznatky z kombinatoriky a pravděpodobnosti

- užít základní kombinatorická pravidla;
- rozpoznat kombinatorické skupiny (variace s opakováním, variace, permutace, kombinace bez opakování), určit jejich počty a užít je v reálných situacích;
- počítat s faktoriály a kombinačními čísly;
- užít s porozuměním pojmy náhodný pokus, výsledek náhodného pokusu, náhodný jev, opačný jev, nemožný jev a jistý jev;
- určit množinu všech možných výsledků náhodného pokusu, počet všech výsledků příznivých náhodnému jevu a vypočítat pravděpodobnost náhodného jevu.

9.2 Základní poznatky ze statistiky

- užít pojmy statistický soubor, rozsah souboru, statistická jednotka, statistický znak kvalitativní a kvantitativní, hodnota znaku a vysvětlit je;
- vypočítat četnost a relativní četnost hodnoty znaku, sestavit tabulku četností, graficky znázornit rozdělení četností;
- určit charakteristiky polohy (aritmetický průměr, medián, modus, percentil) a variability (rozptyl a směrodatná odchylka);
- vyhledat a vyhodnotit statistická data v grafech a tabulkách.

(Zdroj: http://www.msmt.cz/vzdelavani/stredni-vzdelavani/katalogy-pozadavku-zkousek-spolecne-casti-maturitni-zkousky-1; upraveno)

Více informací potřebných k řešení úloh v rámci tematického celku Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika najdete v těchto publikacích nakladatelství Didaktis:

- Odmaturuj z matematiky 1 (kapitoly 35–37)
- Odmaturuj z matematiky 3 (kapitoly 35–37)
- Matematika pro střední školy – 8. díl: Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Úloha 01 Jsou dána čísla:

$$a = \binom{80}{2} \cdot 79! \qquad b = 3! \cdot 80! \qquad c = \frac{81!}{\binom{5}{3}}$$

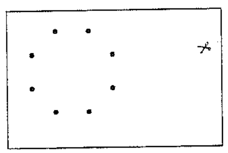
Který z následujících zápisů vyjadřuje správně vztah mezi čísly a, b, c?

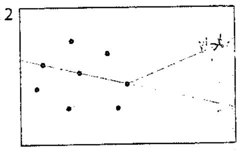
A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$ D) $b < c < a$ E) $c < b < a$

Úloha 02 Na letním táboře si Jakub do skříňky naházel šest různých triček a troje různé šortky. Pod postel po mírném úsilí umístnil dvoje různé tenisky. Ráno náhodně hmátne po jednom tričku, jedněch šortkách a zpod postele vyloví bez rozmyslu jeden pár tenisek. Určete, kolika způsoby se může Jakub ustrojit na snídani.

Úloha 03 Na papíře jsou vyznačeny body, které tvoří vrcholy osmiúhelníku. Papír se chystáme přestřihnout přímým střihem tak, aby střih vedl vyznačenými body (Jeden z příkladů střihu je na obrázcích zakreslen.).

a) Určete, kolika způsoby lze papír rozstřihnout, je-li zadaný osmiúhelník pravidelný (viz obr. 1).
b) Určete, kolika způsoby lze papír rozstřihnout, je-li zadaný osmiúhelník nekonvexní a právě tři body leží na jedné přímce p (viz obr. 2).

obr. 1


obr. 2


Úloha 04 Na schůzce rodičů florbalového mužstva mladších žáků se bude z řad rodičů vybírat jedna osoba, která bude zastávat funkci vedoucího mužstva, a jeden pokladník. Mezi rodiči jsou čtyři otcové a šest matek, kteří jsou ochotni libovolnou z funkcí zastávat.

a) Určete, kolika způsoby lze vybrat vedoucího mužstva a pokladníka, jestliže vedoucím mužstva bude muž.
b) Určete, kolika způsoby lze vybrat vedoucího mužstva a pokladníka, jestliže alespoň jednu z funkcí bude zastávat žena.

Testové úlohy k tematickým celkům

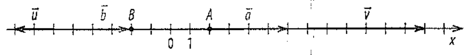
8. Analytická geometrie

Úloha 01

$|BC| = 19$

Jsou-li body $A[x_A]$, $B[x_B]$ krajními body úsečky AB, pak pro souřadnici středu $S[x_S]$ této úsečky platí $x_S = \frac{x_A + x_B}{2}$. Proto souřadnice bodů B a C jsou $B[14]$ a $C[-5]$. Vzdálenost bodů na přímce je rovna absolutní hodnotě rozdílu jejich souřadnic, tzn. $|BC| = |x_C - x_B|$.

Úloha 02



a) viz obrázek

Pro souřadnici vektoru $\vec{a}$ platí $\vec{a} = -2\vec{u} = -2\cdot(-2) = (4)$.
Vektor umístíme podle zadání.

b) viz obrázek

Pro souřadnici vektoru $\vec{b}$ platí $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{v} = \frac{1}{2}\cdot(6) = (3)$.
Vektor umístíme podle zadání.

c) $c = (7)$

Určíme součet vektorů $\vec{a} = (4)$ a $\vec{b} = (3)$.

d) $|d| = 1$

Určíme rozdíl vektorů $\vec{a} = (4)$ a $\vec{b} = (3)$.

Úloha 03

$|S_{KL}S_{MN}| = 5$

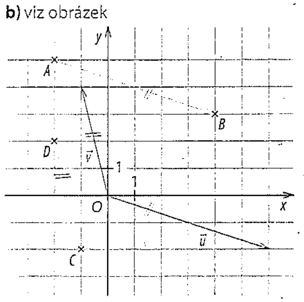
Jsou-li body $K[x_K;\ y_K]$, $L[x_L;\ y_L]$ krajními body úsečky KL, pak pro souřadnice středu $S[x_S;\ y_S]$ této úsečky platí $x_S = \frac{x_K + x_L}{2}$, $y_S = \frac{y_K + y_L}{2}$. Středy úseček mají souřadnice $S_{KL}[2;\ -2]$ a $S_{MN}[-1;\ -6]$. Vzdálenost středů určíme pomocí vzorce pro vzdálenost bodů $A[x_A;\ y_A]$, $B[x_B;\ y_B]$.

Platí: $|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Úloha 04

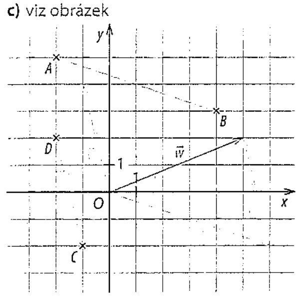
a) $\vec{u} = (6;\ -2)$, $\vec{v} = (-1;\ 4)$
Souřadnice určíme přímo z obrázku.

b) viz obrázek



Vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ umístíme tak, aby jejich počáteční body splynuly s počátkem.

c) viz obrázek



Určujeme-li graficky součet vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$, pak počáteční bod vektoru $\vec{w}$ splývá s počátečním bodem vektoru $\vec{u}$. Do koncového bodu vektoru $\vec{u}$ umístíme počáteční bod vektoru $\vec{v}$. Koncový bod vektoru $\vec{v}$ je i koncovým bodem vektoru $\vec{w}$.

d) $|\vec{w}| = \sqrt{29}$

Souřadnice vektoru $\vec{w}$ určíme z obrázku zakresleném v úloze 04 c) nebo součtem vektorů z úlohy 04 a). Platí $\vec{w} = (5;\ 2)$. Pro velikost vektoru $\vec{w} = (w_1;\ w_2)$ platí:
$|\vec{w}| = \sqrt{w_1^2 + w_2^2}$

Úloha 05

K zadaným vektorům zobrazeným v kartézské soustavě souřadnic určíme jejich souřadnice. Následně početně stanovíme výsledky početních operací 1.–3.

1. D)
2. E)
3. B)

Úloha 06

a) $\vec{a} = -\vec{u}$

b) $\vec{b} = 2\vec{v}$

c) $\vec{c} = \vec{v} + \vec{u}$

Platí $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DS} + \overrightarrow{SC}$, kde $\overrightarrow{DS} = \vec{v}$ a $\overrightarrow{SC} = \vec{u}$.

d) $\vec{d} = \vec{u} - \vec{v}$

Platí $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{FS} + \overrightarrow{SD}$, kde $\overrightarrow{FS} = \vec{u}$ a $\overrightarrow{SD} = -\vec{u}$.

e) $\vec{e} = -2\vec{v} - \vec{u}$

Platí $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$, kde $\overrightarrow{AD} = -2\vec{v}$ a $\overrightarrow{DE} = -\vec{u}$.

Úloha 07

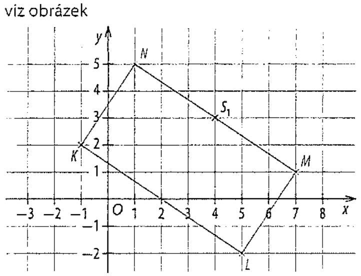
Mají-li být vektory $\vec{u} = (u_1;\ u_2)$ a $\vec{v} = (v_1;\ v_2)$ kolmé, pak jejich skalární součin je roven nule, tzn. $\vec{u}\cdot\vec{v} = u_1\cdot v_1 + u_2\cdot v_2 = 0$.

a) $v_1 = -4$

b) $v_2 = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

Úloha 08

viz obrázek



Vrcholy obdélníku dokreslujeme v pořadí M, N, L. Pro určení souřadnic bodu M využijeme toho, že platí $\overrightarrow{KM} = 2\vec{s} = (8;\ -1)$. Pro určení souřadnic bodu N využijeme toho, že platí $\overrightarrow{MN} = 2\cdot\overrightarrow{MS_1}$. Pro určení souřadnic bodu L využijeme toho, že platí $\overrightarrow{NK} = \vec{v} = \overrightarrow{ML}$.

Úloha 09

$\varphi \doteq 67°$

Velikost úhlu φ, který svírají úhlopříčky AC a DB, vypočítáme jako odchylku φ vektorů $\vec{u} = \overrightarrow{AC} = (u_1;\ u_2)$ a $\vec{v} = \overrightarrow{DB} = (v_1;\ v_2)$. Využijeme vzorec:

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} = \frac{u_1\cdot v_1 + u_2\cdot v_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2}\cdot\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

Použijeme-li místo vektoru $\overrightarrow{DB}$ vektor $\overrightarrow{BD}$, vypočítáme velikost úhlu φ', přičemž platí $\varphi' \doteq 113°$. Protože úhel úhlopříček nemůže být tupý, dopočítáme:
$\varphi = 180° - \varphi' \doteq 67°$

Úloha 10

1. ANO

Protože vektor $\overrightarrow{AK} = (3;\ -2)$ je násobkem vektoru $\overrightarrow{KL} = (-6;\ 4)$, body A, K, L leží na jedné přímce.

2. ANO

Přímka p prochází bodem A a směrový vektor $\vec{u} = (1;\ 1)$ přímky p je násobkem vektoru $\overrightarrow{AB} = (3;\ 3)$.

3. NE

Protože je vektor $\overrightarrow{KL} = (-6;\ 4)$ násobkem normálového vektoru $\vec{n} = (3;\ -2)$ přímky q, přímky jsou k sobě kolmé.

4. NE

Vektory $\overrightarrow{AB} = (3;\ 3)$ a $\overrightarrow{KL} = (-6;\ 4)$ nejsou kolmé (jejich skalární součin je nenulový).

Úloha 11

Z obrázků určíme směrové vektory zakreslených přímek a poté zkontrolujeme, zda bod v parametrickém vyjádření přímky leží na přímce zakreslené na obrázku.

1. F)

Směrovým vektorem přímky na obr. 1 je vektor $\vec{u}_1 = (1;\ 0)$.

2. D)

Směrovým vektorem přímky na obr. 2 je vektor $\vec{u}_2 = (3;\ 1)$.

3. C)

Směrovým vektorem přímky na obr. 3 je vektor $\vec{u}_3 = (2;\ -1)$.

4. A)

Směrovým vektorem přímky na obr. 4 je vektor $\vec{u}_4 = (4;\ 3)$.

Úloha 12

B)

Určíme souřadnice středu S úsečky a využijeme toho, že normálový vektor osy úsečky AB je násobkem vektoru $\overrightarrow{AB}$.

Úloha 13

a) $t: 5x - 6y + 13 = 0$

Určíme souřadnice středu S úsečky BC. Normálový vektor přímky t je kolmý k vektoru $\overrightarrow{AS}$.

b) $p\colon y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

Nejprve určíme obecnou rovnici přímky p (prochází bodem C a její normálový vektor je kolmý k vektoru $\overrightarrow{AB}$) a vyjádříme y.

Úloha 14

D)

U všech možností otestujeme (s využitím normálových vektorů), zda není alespoň jedna dvojice přímek rovnoběžná. Tímto vyloučíme možnosti A), B), C). U možností D) a E) spočítáme řešením soustavy lineárních rovnic průsečík jedné dvojice přímek a ověříme, zda tento průsečík leží na zbývající třetí přímce.

Úloha 15

D)

Sestavíme (obecné) rovnice dvou přímek, na kterých leží výšky trojúhelníku (např. výška na stranu p leží na přímce procházející bodem P, jejímž normálovým vektorem je vektor $\overrightarrow{QR}$) a vypočítáme jejich průsečík.

Úloha 16

a) $V[6;\ -1]$

Srovnávací metodou řešíme soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých.

b) $\varphi \doteq 41°$

Směrnicový tvar rovnice obou přímek převedeme na obecnou rovnici. Z obecných rovnic si vyjádříme normálový vektor $\vec{n} = (n_1;\ n_2)$ přímky p a normálový vektor $\vec{m} = (m_1;\ m_2)$ přímky q. Velikost úhlu určíme jako odchylku φ přímek p a q pomocí vzorce $\cos\varphi = \frac{|\vec{n}\cdot\vec{m}|}{|\vec{n}|\cdot|\vec{m}|} = \frac{|n_1\cdot m_1 + n_2\cdot m_2|}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}\cdot\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$.

Úloha 17

$\alpha \doteq 29°45'$

Velikost úhlu dopadu α je rovna odchylce přímky s a libovolné přímky kolmé k úsečce AB.

Úloha 18

D)

Použijeme vzorec $|Ap| = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ pro výpočet vzdálenosti bodu $A[x_A;\ y_A]$ od přímky $p\colon ax + by + c = 0$. Do vzorce dosadíme známé hodnoty ze zadání a řešíme lineární rovnici s absolutní hodnotou.

Úloha 19

3,73

Určíme obecnou rovnici přímky AB a vypočítáme vzdálenost bodu Q od této přímky.

Úloha 20

6,71

Na přímce k_1 zvolíme libovolný bod K a vypočítáme vzdálenost bodu K od přímky k_2.

8. Analytická geometrie

1 Je dána přímka $p: x - 2y - 7 = 0$.

Jaké může být její parametrické vyjádření?

A) $x = 1 + 2t, y = -3 + t; t \in \mathrm{R}$

B) $x = -1 - 2t, y = -3 - t; t \in \mathrm{R}$

C) $x = -3 + 2t, y = 1 + t; t \in \mathrm{R}$

D) $x = 1 - 2t, y = -3 + t; t \in \mathrm{R}$

E) $x = -1 + 2t, y = 3 - t; t \in \mathrm{R}$.

Řešení: A

---

2 Je dána přímka $q: x = 3t, y = 12 - 4t; t \in \mathrm{R}$.

Vypočtěte vzdálenost přímky q od rovnoběžné přímky p, která prochází počátkem soustavy souřadnic.

Řešení: $\frac{36}{5}$

---

3 Je dán pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$ se středem S. Označme vektory $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (3.1–3.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

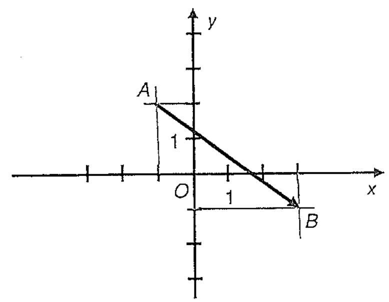
		A	N
3.1	$\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$	☐	☐
3.2	$\overrightarrow{SB} = \vec{u} - \vec{v}$	☐	☐
3.3	$\overrightarrow{AE} = 2\vec{v} - \vec{u}$	☐	☐
3.4	$\overrightarrow{FD} = 2\vec{u} - \vec{v}$	☐	☐

Řešení: ANO, ANO, ANO, NE

8. Analytická geometrie

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 1

V rovině je umístěn vektor $\overrightarrow{AB} = (4; -3)$.



(CERMAT)

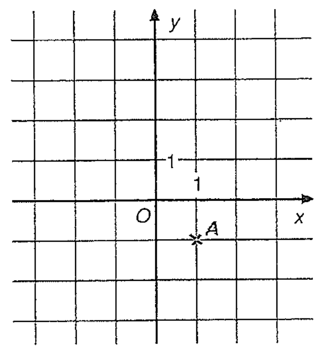
1

1.1 Určete velikost vektoru $\overrightarrow{AB}$.

1.2 Doplňte souřadnice libovolného vektoru $\vec{n} = (n_1, n_2)$, který je k vektoru $\overrightarrow{AB}$ kolmý a má dvojnásobnou velikost.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 2

V rovině je umístěn bod A. Dále platí $\overrightarrow{AB} = \vec{v} = (-3, 4)$.



(CERMAT)

2

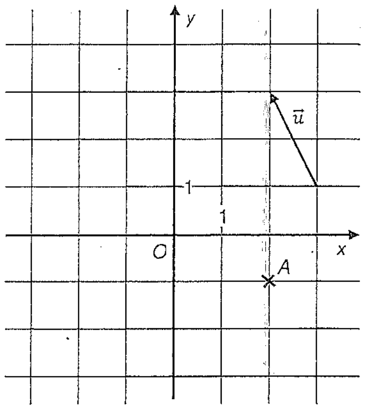
2.1 Zakreslete vektor $\vec{v}$.

2.2 Popište souřadnicemi koncový bod $B[x; y]$ orientované úsečky $\overrightarrow{AB}$

3 Body $A[-5; 2]$ a $B[0; -5]$ jsou sousedními vrcholy čtverce $ABCD$.

Vypočtěte obsah čtverce $ABCD$.

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 4



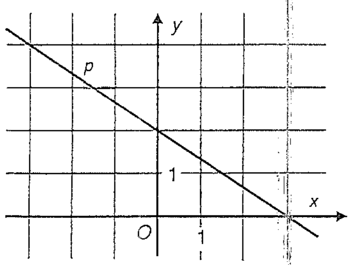
(CERMAT)

4 Přímka p je určena bodem A a směrovým vektorem $\vec{u}$.

4.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte přímku p.

4.2 Napište souřadnice průsečíku $P[x; y]$ přímky p se souřadnicovou osou y.

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 5

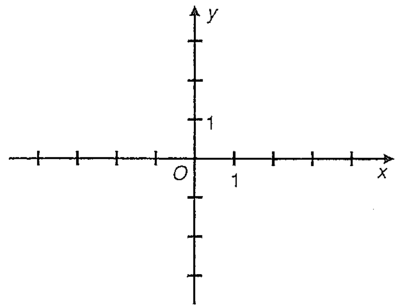


(CERMAT)

5 **Určete rovnici přímky p (směrnicový nebo obecný tvar) umístěné v kartézské soustavě souřadnic Oxy.**

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Přímka p je určena bodem $A[-2; -1]$ a **normálovým** vektorem $\vec{n} = (1; 2)$.



(CERMAT)

6

6.1 Zapište obecnou rovnici přímky p.

6.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy narýsujte přímku p.

7 Orientovaná úsečka s počátečním bodem $P[4; -1]$ je umístěním vektoru $\vec{v} = (2; -7)$.

Který z uvedených bodů je koncovým bodem této orientované úsečky?

A) $A[-2; -6]$

B) $B[-2; -8]$

C) $C[2; 6]$

D) $D[6; -8]$

E) $E[6; -6]$

8 Přímka p procházející bodem $A[0; 2]$ má směrový vektor $\vec{u} = (1; -1)$.

Která rovnice určuje přímku p?

A) $x - y - 2 = 0$

B) $y - 2 = 0$

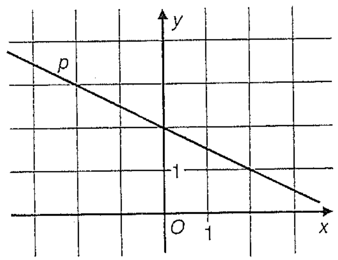
C) $2x - y = 0$

D) $x + y - 2 = 0$

E) $x - y + 2 = 0$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je umístěna přímka p.



(CERMAT)

9 **Která rovnice určuje přímku p?**

A) $2x - y + 2 = 0$

B) $x - 2y + 4 = 0$

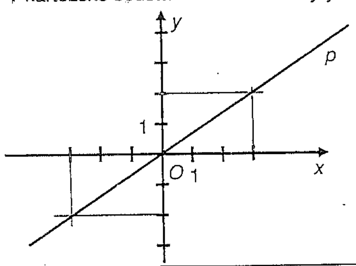
C) $x - 4y - 2 = 0$

D) $x + 2y - 4 = 0$

E) $2x + y - 2 = 0$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojena přímka p.



(CERMAT)

10 **Která z uvedených přímek a, b, c, d, e je kolmá k přímce p?**

A) a: $2x - 3y + 7 = 0$

B) b: $2x + 3y - 7 = 0$

C) c: $2x - 3y - 7 = 0$

D) d: $3x - 2y - 7 = 0$

E) e: $3x + 2y + 7 = 0$

11 Trojúhelník ABC má vrcholy $A[0,1], B[3,-2], C[2,4]$.

Na které přímce leží výška v_c trojúhelníku ABC?

A) $p: x - y + 2 = 0$

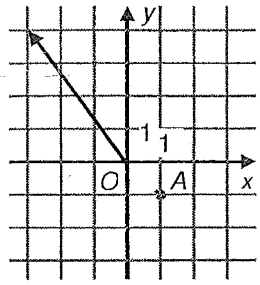
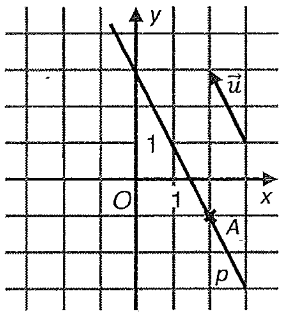
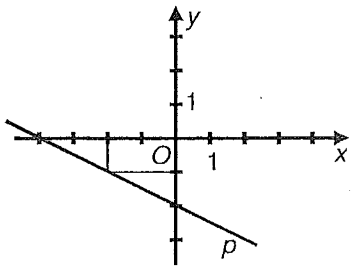
B) $p: 3x - y - 2 = 0$

C) $p: 3x + y - 10 = 0$

D) $p: x + y - 6 = 0$

E) $p: 2x - y = 0$

VÝSLEDKY ÚLOH – Analytická geometrie

1	$\vec{n} = (6;\ 8)$ nebo $\vec{n} = (-6; -8)$
2	2.1  2.2 $P[-2; 3]$
3	$S_{ABCD} = 74$
4	4.1  4.2 $P[0; 3]$
5	$p: 2x + 3y - 6 = 0$
6	6.1 $p: x + 2y + 4 = 0$ 6.2 
7	D
8	D
9	D
10	E
11	A